

**Q1.** Roulement sans glissement en M,  $\vec{V}(M, R_M / 0) = \vec{0}$

$$\vec{V}(C, R_M / 0) + \vec{\Omega}(R_M / 0) \wedge \overline{CM} = \vec{0} \quad \vec{V}(C, R_M / 1) + \vec{V}(C, 1 / 0) + \omega_{Roue} \cdot \vec{y}_a \wedge -R \cdot \vec{z}_a = \vec{0}$$

$$\vec{V}(M, R_M / 0) = (V - R \cdot \omega_{Roue}) \cdot \vec{x}_a \quad v(t) = R \cdot \omega_{Roue} = R \cdot k \cdot \omega_{Mot} \Rightarrow \omega_{Mot} = \frac{v(t)}{R \cdot k}$$

**Q2.**  $\left\{ \mathcal{D}(Avion / 0) \right\} = \left\{ \begin{matrix} m \cdot \vec{a}(G, Avion / 0) \\ \vec{\delta}(G, Avion / 0) \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} m \cdot \ddot{x}(t) \cdot \vec{x}_a \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_G$

$$\vec{a}(G, avion / 0) = \frac{d}{dt} v(t) \cdot \vec{x}_a = \ddot{x}(t) \cdot \vec{x}_a$$

$$\vec{\delta}(G, Avion / 0) = \vec{0} \quad \text{L'inertie des roues est négligée.}$$

L'avion est en mouvement de translation.

**Q3.** Le théorème de la résultante dynamique appliqué à l'avion

$$\vec{R}(\overline{Avion} \rightarrow Avion) = m \cdot \vec{a}(G, Avion / 0)$$

$$\vec{R}(piste \rightarrow TP) + \vec{R}(piste \rightarrow TA) + \vec{R}(RR \rightarrow Avion) + \vec{R}(pes \rightarrow Avion) = m \cdot \ddot{x}(t) \cdot \vec{x}_a$$

$$(2 \cdot T_1 - C_{RR} \cdot m + m \cdot g \cdot \sin \alpha) \cdot \vec{x}_a + (4 \cdot N_1 + N_2 - m \cdot g \cdot \cos \alpha) \cdot \vec{z}_a = m \cdot \ddot{x}(t) \cdot \vec{x}_a$$

En projection dans la base  $(\vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a)$

$$/ \vec{x}_a \Rightarrow 2 \cdot T_1 - C_{RR} \cdot m + m \cdot g \cdot \sin \alpha = m \cdot \ddot{x}(t) \quad (1)$$

$$/ \vec{z}_a \Rightarrow 4 \cdot N_1 + N_2 - m \cdot g \cdot \cos \alpha = 0 \quad (2)$$

**Q4.** Ecrire l'équation scalaire du théorème du moment dynamique appliqué à l'avion au point G.

$$\vec{M}_G(\overline{Avion} \rightarrow Avion) = \vec{\delta}(G, Avion / 0)$$

$$\vec{M}_G(piste \rightarrow TP) + \vec{M}_G(piste \rightarrow TA) + \vec{M}_G(RR \rightarrow Avion) + \vec{M}_G(pes \rightarrow Avion) = \vec{0}$$

- $\vec{M}_G(piste \rightarrow TP) = (2 \cdot T_1 \cdot \vec{x}_a + 4 \cdot N_1 \cdot \vec{z}_a) \wedge (L_1 \cdot \vec{x}_a + h \cdot \vec{z}_a) = (4 \cdot N_1 \cdot L_1 - 2 \cdot T_1 \cdot h) \cdot \vec{y}_a$

- $\vec{M}_G(piste \rightarrow TA) = (N_2 \cdot \vec{z}_a) \wedge (-L_2 \cdot \vec{x}_a + h \cdot \vec{z}_a) = (-N_2 \cdot L_2) \cdot \vec{y}_a$

- $\vec{M}_G(\vec{R}_{RR}) = (-C_{RR} \cdot m \cdot \vec{x}_a) \wedge (-L_2 \cdot \vec{x}_a + h \cdot \vec{z}_a) = (C_{RR} \cdot m \cdot h) \cdot \vec{y}_a$

En projection dans la base  $(\vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a)$

$$/ \vec{y}_a \Rightarrow 4 \cdot L_1 \cdot N_1 - 2 \cdot h \cdot T_1 - L_2 \cdot N_2 + m \cdot h \cdot C_{RR} = 0 \quad (3)$$

**Q5.** R.S.G. en M :  $|T_1| \leq f_0 \cdot N_1 \quad \vec{V}(M, R_M / 0) = (V - R \cdot \omega_{Roue}) \cdot \vec{x}_a$

A la limite de glissement :  $V - R \cdot \omega_{Roue} < 0$

$$T_1 = +f \cdot N_1$$

**Q6.** On isole la roue motrice et on applique le T.M.D. en C en projection sur  $\vec{y}_a$  :

$$\vec{y}_a \cdot \vec{M}(C, \bar{R}_M \rightarrow R_M) = \vec{y}_a \cdot \vec{\delta}(C, R_M / 0) = 0 \text{ (Inertie négligeable)}$$

$$\vec{y}_a \cdot \vec{M}(C, avion \xrightarrow{L} R_M) + \vec{y}_a \cdot \vec{M}(C, avion \xrightarrow{\text{moto-réducteur}} R_M) + \vec{y}_a \cdot \vec{M}(C, piste \rightarrow R_M) + \vec{y}_a \cdot \vec{M}(C, pes \rightarrow R_M) = 0$$

$$\frac{C_M}{k} - R \cdot T_1 = 0$$

$$T_1 = \frac{C_M}{R \cdot k}$$

**Q7.**  $\frac{2.C_M}{R.k} - C_{RR}.m + m.g.Sin\alpha = m.\ddot{x}$  ( $\alpha < 0$ )

$$C_{R\acute{e}s}(t) = m.\frac{R.k}{2}(C_{RR} - g.Sin\alpha)$$

$C_M - m.\frac{R.k}{2}(C_{RR} - g.Sin\alpha) = \frac{m}{2}.(R.k)^2.\frac{d}{dt}\omega_{Mot}(t)$

$$J_a = \frac{m}{2}.(R.k)^2$$

**Q8.**

$\vec{V}(D, avion/0) = \vec{V}(I, avion/0) + \vec{\Omega}(avion/0) \wedge \vec{ID}$   
 $= \vec{0} + \omega_{avion}.\vec{z}_a \wedge \lambda_M.\vec{y}_a$

$$\omega_{avion} = -\frac{v(t)}{\lambda_M}$$

$$\tan\beta = \frac{L_1 + L_2}{\lambda_M}$$

$= -\omega_{avion}.\lambda_M.\vec{x}_a \Rightarrow \vec{V}(D, avion/0) = -\frac{L_1 + L_2}{\tan\beta}.\omega_{avion}.\vec{x}_a$

$$\omega_{avion} = -\frac{v(t)}{L_1 + L_2}.\tan\beta$$

**Q9.** Roulement sans glissement en  $M_1$  entre le roue motorisée  $R_d$  et la piste

$\vec{V}(M_1, R_d/0) = \vec{0}$        $\vec{V}(C_1, R_d/0) + \vec{\Omega}(R_d/0) \wedge \vec{C_1M_1} = \vec{0}$

$\vec{V}(C_1, R_d/Avion) + \vec{V}(C_1, Avion/0) + (\vec{\Omega}(R_d/Avion) + \vec{\Omega}(Avion/0)) \wedge \vec{C_1M_1} = \vec{0}$

$\vec{V}(C_1, Avion/0) = (v(t) + L_3.\omega_{avion}).\vec{x}_a$        $v(t) - L_3.\frac{v(t)}{L_1 + L_2}.\tan\beta - R.\dot{\theta}_d = 0$

$v(t) - L_3.\frac{v(t)}{L_1 + L_2}.\tan\beta - R.k.\omega_{Mot} = 0$

$$\omega_{M1} = \left(1 - L_3.\frac{\tan\beta}{L_1 + L_2}\right).\frac{v(t)}{R.k}$$

**Q10.** Roulement sans glissement en  $M_2$  entre le roue motorisée  $R_g$  et la piste :

$$\omega_{M2} = \left(1 + L_3.\frac{\tan\beta}{L_1 + L_2}\right).\frac{v(t)}{R.k}$$

**Q11.**  $\{C(avion/0)\} = \left\{ \begin{matrix} m.\vec{V}(G, avion/0) \\ \vec{\sigma}(G, avion/0) \end{matrix} \right\}_G$

$$\{C(avion/0)\} = \left\{ \begin{matrix} m.(-L_3.\dot{\psi}.\vec{x}_a + L_1.\dot{\psi}.\vec{y}_a) \\ -E.\dot{\psi}.\vec{x}_a + C.\dot{\psi}.\vec{z}_a \end{matrix} \right\}_G$$

$\vec{V}(G, avion/0) = \left[ \frac{d}{dt} \vec{M_1G} \right]_0 = -L_3.\dot{\psi}.\vec{x}_a + L_1.\dot{\psi}.\vec{y}_a$

$\vec{\sigma}(G, avion/0) = I(G, avion).\vec{\Omega}(avion/0) = \begin{pmatrix} A & 0 & -E \\ 0 & B & 0 \\ -E & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a)} = \begin{pmatrix} -E.\dot{\psi} \\ 0 \\ C.\dot{\psi} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a)}$

**Q12.** On isole l'avion et on applique le T.M.D. en  $M_1$  en projection sur  $\vec{z}_a$  :

$\vec{z}_0.\vec{M}(M_1, avion \rightarrow avion) = \vec{z}_0.\vec{\delta}(M_1, avion/0)$        $\vec{z}_0.\vec{\delta}(M_1, avion/0) = \frac{d}{dt}\vec{z}_0.\vec{\sigma}(M_1, avion/0)$

$\vec{z}_0.\vec{\sigma}(M_1, avion/0) = \vec{z}_0.\vec{\sigma}(G, avion/0) + \vec{z}_0.(m.\vec{V}(G, avion/0) \wedge \vec{GM_1})$   
 $= C.\dot{\psi} + m.\vec{V}(G, avion/0).(-L_3.\vec{x}_a + L_1.\vec{y}_a)$

$\vec{z}_0.\vec{\sigma}(M_1, avion/0) = (C + m.(L_3^2 + L_1^2)).\dot{\psi}$

$$\begin{aligned} \vec{z}_0 \cdot \vec{M}(M_1, \overline{avion} \rightarrow avion) &= \vec{z}_0 \cdot \vec{M}(M_1, piste \rightarrow R_d) + \vec{z}_0 \cdot \vec{M}(M_1, piste \rightarrow R_g) + \vec{z}_0 \cdot \vec{M}(M_1, piste \rightarrow TA) \\ &+ \vec{z}_0 \cdot \vec{M}(M_1, RR \rightarrow avion) + \vec{z}_0 \cdot \vec{M}(M_1, pes \rightarrow avion) \\ \vec{z}_0 \cdot \vec{M}(M_1, piste \rightarrow R_d) &= \vec{0} \qquad \vec{z}_0 \cdot \vec{M}(M_1, piste \rightarrow TA) = \vec{z}_0 \cdot (\overline{M_1 N} \wedge \vec{R}(piste \rightarrow TA)) = 0 \\ \vec{z}_0 \cdot \vec{M}(M_1, piste \rightarrow R_g) &= \vec{z}_0 \cdot (\overline{M_1 M_2} \wedge \vec{R}(piste \rightarrow R_g)) = -2.L_3.T_{1g} \\ \vec{z}_0 \cdot \vec{M}(M_1, RR \rightarrow avion) &= \vec{z}_0 \cdot (\overline{M_1 N} \wedge \vec{R}(RR)) = \vec{z}_0 \cdot \left( (L_3 \cdot \vec{y}_a + (L_1 + L_2) \cdot \vec{x}_a) \wedge -C_{RR} \cdot m \cdot \left( \frac{-L_3 \cdot \dot{\psi} \cdot \vec{x}_a + L_1 \cdot \dot{\psi} \cdot \vec{y}_a}{|\dot{\psi}| \cdot \sqrt{L_3^2 + L_1^2}} \right) \right) \\ &= -C_{RR} \cdot m \cdot \frac{L_3^2 + L_1^2 + L_1 \cdot L_2}{\sqrt{L_3^2 + L_1^2}} \cdot \frac{\dot{\psi}}{|\dot{\psi}|} \\ \vec{z}_0 \cdot \vec{M}(M_1, pes \rightarrow avion) &= \vec{z}_0 \cdot (\overline{M_1 G} \wedge -m \cdot g \cdot \vec{z}_0) = 0 \end{aligned}$$

$$-2.L_3.T_{1g} - C_{RR} \cdot m \cdot \left( \frac{L_3^2 + L_1^2 + L_1 \cdot L_2}{\sqrt{L_3^2 + L_1^2}} \right) \cdot \frac{\dot{\psi}}{|\dot{\psi}|} = (C + m \cdot (L_3^2 + L_1^2)) \cdot \ddot{\psi}$$

**Q13.**  $\vec{V}(M_2, R_g / 0) = \vec{0}$

$$\vec{V}(C_2, R_g / 0) + \vec{\Omega}(R_g / 0) \wedge \overline{C_2 M_2} = \vec{0}$$

$$\vec{V}(C_2, R_g / Avion) + \vec{V}(C_2, Avion / 0) + (\vec{\Omega}(R_g / Avion) + \vec{\Omega}(Avion / 0)) \wedge \overline{C_2 M_2} = \vec{0}$$

$$\vec{V}(C_2, Avion / 0) = -2.L_3 \cdot \dot{\psi} \cdot \vec{x}_a \qquad -2.L_3 \cdot \dot{\psi} - R \cdot \dot{\theta}_g = 0$$

$$\dot{\psi} = \frac{-R.k}{2.L_3} \cdot \omega_{M2}$$

**Q14.**  $\frac{C_{M2}}{k} = R.T_{1g} \Rightarrow T_{1g} = \frac{C_{M2}}{k.R}$

$$-2.L_3 \cdot \frac{C_{M2}}{k.R} + C_{RR} \cdot m \cdot \left( \frac{L_3^2 + L_1^2 + L_1 \cdot L_2}{\sqrt{L_3^2 + L_1^2}} \right) = (C + m \cdot (L_3^2 + L_1^2)) \cdot \left( \frac{-R.k}{2.L_3} \cdot \frac{d}{dt} \omega_{M2} \right)$$

$$C_{M2} = (C + m \cdot (L_3^2 + L_1^2)) \cdot \left( \frac{R.k}{2.L_3} \right)^2 \cdot \frac{d}{dt} \omega_{M2} + C_{RR} \cdot m \cdot \left( \frac{L_3^2 + L_1^2 + L_1 \cdot L_2}{\sqrt{L_3^2 + L_1^2}} \right) \cdot \left( \frac{R.k}{2.L_3} \right)$$

$$J = (C + m \cdot (L_3^2 + L_1^2)) \cdot \left( \frac{R.k}{2.L_3} \right)^2$$

$$C_r = C_{RR} \cdot m \cdot \left( \frac{L_3^2 + L_1^2 + L_1 \cdot L_2}{\sqrt{L_3^2 + L_1^2}} \right) \cdot \left( \frac{R.k}{2.L_3} \right)$$

**Q15.**  $T(\Sigma / 1) = T(2 / 1) + T(3 / 1) + T(4 / 1)$

$$T(\Sigma / 1) = \frac{1}{2} \cdot (J_2 \cdot \omega_2^2 + J_3 \cdot \omega_3^2 + J_4 \cdot \omega_4^2)$$

$$T(\Sigma / 1) = \frac{1}{2} \cdot (J_2 \cdot r_{24}^2 + J_3 \cdot r_{34}^2 + J_4) \cdot \omega_4^2$$

$$J_{\acute{e}q} = J_2 \cdot r_{24}^2 + J_3 \cdot r_{34}^2 + J_4$$



$$\mathbf{Q23.} \quad P(Am \longleftrightarrow As) = P(Am \longrightarrow As / Am) = C_{Am} \cdot (\omega_{As}(t) - \omega_{Am})$$

**Q24.**

$$W = \int_0^{te} P(Am \longleftrightarrow As) \cdot dt = \int_0^{te} C_{Am} \cdot (\omega_{As}(t) - \omega_{Am}) \cdot dt = C_{Am} \cdot \int_0^{\omega_{Am}} \omega_{As}(t) \cdot \frac{J_{As}}{C_{Am} - C_r} \cdot d\omega_{As}(t) - C_{Am} \cdot \omega_{Am} \cdot te$$

$$= C_{Am} \cdot \frac{J_{As}}{C_{Am} - C_r} \cdot \frac{\omega_{Am}^2}{2} - C_{Am} \cdot \omega_{Am} \cdot \frac{J_{As}}{C_{Am} - C_r} \cdot \omega_{Am}$$

$$W = -\frac{C_{Am} \cdot J_{As}}{C_{Am} - C_r} \cdot \frac{\omega_{Am}^2}{2}$$

**Q25.**

$$H_m(p) = \frac{\frac{k}{R+L \cdot p} \cdot \frac{1}{J_a \cdot p}}{1 + \frac{k^2}{R+L \cdot p} \cdot \frac{1}{J_a \cdot p}} = \frac{k}{k^2 + R \cdot J_a \cdot p + J_a \cdot L \cdot p^2} = \frac{\frac{1}{k}}{1 + \frac{R \cdot J_a}{k^2} \cdot p + \frac{J_a \cdot L}{k^2} \cdot p^2}$$

$$k_M = \frac{1}{k}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k^2}{J_a \cdot L}}$$

$$z = \frac{R}{2 \cdot k} \cdot \sqrt{\frac{1}{J_a \cdot L}}$$

$$H_R(p) = \frac{\frac{1}{J_a \cdot p}}{1 + \frac{k^2}{R+L \cdot p} \cdot \frac{1}{J_a \cdot p}} = \frac{R+L \cdot p}{k^2 + R \cdot J_a \cdot p + J_a \cdot L \cdot p^2} = \frac{\frac{R}{k^2} \cdot \left(1 + \frac{L}{R} \cdot p\right)}{1 + \frac{R \cdot J_a}{k^2} \cdot p + \frac{J_a \cdot L}{k^2} \cdot p^2}$$

$$k_r = \frac{R}{k^2}$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

**Q26.**

$$K_G = \frac{K_{Cap}}{\rho \cdot R_m}$$

**Q27.**

$$H_{BO}(p) = \frac{V(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K_C \cdot K}{1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

$$\mathbf{Q28.} \quad H_{BF}(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)} \quad H_{BF}(p) = \frac{K_{BF}}{1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{\frac{K_C \cdot K}{1 + K_C \cdot K}}{1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_n \cdot (1 + K_C \cdot K)} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_n^2 \cdot (1 + K_C \cdot K)}}$$

$$K_{BF} = \frac{K_C \cdot K}{1 + K_C \cdot K}$$

$$\frac{2 \cdot z}{\omega_n \cdot (1 + K_C \cdot K)} = \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0}$$

$$\omega_0 = \omega_n \cdot \sqrt{1 + K_C \cdot K}$$

$$\xi = \frac{z}{\sqrt{1 + K_C \cdot K}}$$

**Q29.a**

$20\log K = 6\text{dB} \Rightarrow K = 2$

$\varphi(\omega_n) = -90^\circ \Rightarrow \omega_n = 0,16(\text{rad/s})$

$\|H_{BO}(j\omega_n)\|_{\text{dB}} = 20\log\left(\frac{K_C \cdot K}{2 \cdot z}\right) = -17\text{dB}$

Pour  $K_C = 1 \Rightarrow z = 7,08$

$z > 1 \Rightarrow H_{BO}(p) = \frac{K_C \cdot K}{(1+T_1 \cdot p) \cdot (1+T_2 \cdot p)}$

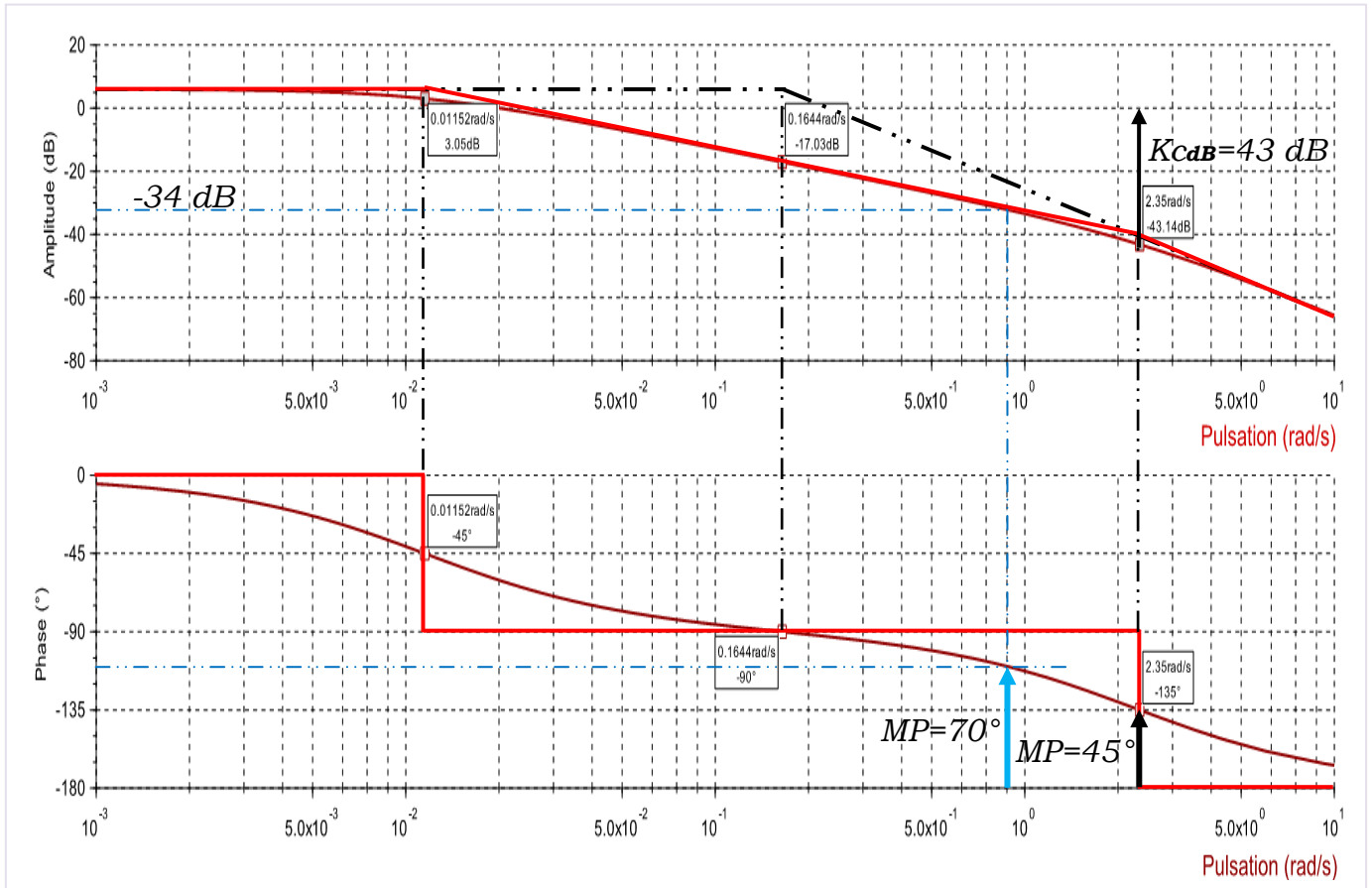
$\varphi\left(\frac{1}{T_2}\right) = -45^\circ \Rightarrow \frac{1}{T_2} = 0,01152(\text{rad/s}) \Rightarrow T_2 = 86,8(\text{s})$

$\varphi\left(\frac{1}{T_1}\right) = -135^\circ \Rightarrow \frac{1}{T_1} = 2,35(\text{rad/s}) \Rightarrow T_1 = 0,425(\text{s})$

$H_{BO}(j\omega) = \frac{K_C \cdot K}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right) + j \cdot \left(2 \cdot z \cdot \frac{\omega}{\omega_n}\right)}$   $\|H_{BO}(j\omega)\| = \frac{K_C \cdot K}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2 \cdot z \cdot \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}$   $\varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{2 \cdot z \cdot \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}\right)$

**Q29.c** Pour avoir  $MP=45^\circ$  il faut que  $20\log K_C = 43\text{dB} \Rightarrow K_C = 141,25$

**Q29.c**



**Q30.** Pour avoir un temps de réponse à 5% minimum il faut que  $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7$

$\xi = \frac{z}{\sqrt{1 + K_C \cdot K}} \Rightarrow K_C = \frac{1}{K} \cdot \left( \left( \frac{z}{\xi} \right)^2 - 1 \right) \Rightarrow K_C = 50,64$

**Q31.** Pour un échelon de vitesse d'amplitude  $v_0$ , l'erreur statique  $\left( \varepsilon_{SC} = \frac{v_0}{1 + K_C \cdot K} \right)$

Aucun intégrateur dans la chaîne directe.

**Q32.** 
$$H_{CR}(p) = \frac{V(p)}{C_{R\acute{e}s}(p)} \Big|_{V_C(p)=0} = -\frac{H_{R2}(p)}{1 + H_{BO}(p)} \qquad H_{Cr}(p) = -\frac{G}{1 + K_C \cdot K} \cdot \frac{(1 + \tau \cdot p)}{1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

**Q33.**  $\varepsilon_{Pert} = -v(+\infty)$  Avec  $v(+\infty) = \lim_{t \rightarrow +\infty} v(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot V(p) \Big|_{V_C=0} = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot H_{Cr}(p) \cdot C_{R\acute{e}s}(p) = -\frac{G \cdot C_0}{1 + K_C \cdot K}$

$$\varepsilon_{Pert} = \frac{G \cdot C_0}{1 + K_C \cdot K}$$

**Q34.**  $V(p) = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)} \cdot V_C(p) - \frac{H_{R2}(p)}{1 + H_{BO}(p)} \cdot C_{R\acute{e}s}(p)$  les deux fonctions  $H_{BF}(p)$  et  $H_{CR}(p)$  ont le même dénominateur  $\Rightarrow$  elles ont les mêmes pôles  $\Rightarrow$  si le système est stable sans perturbation, il reste stable en sa présence.

**Q35.**

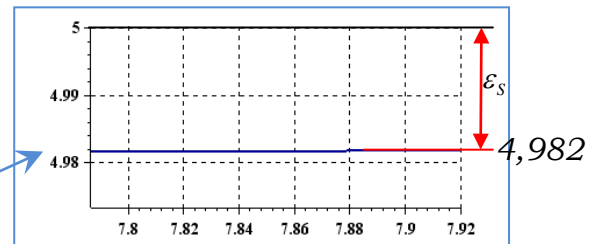
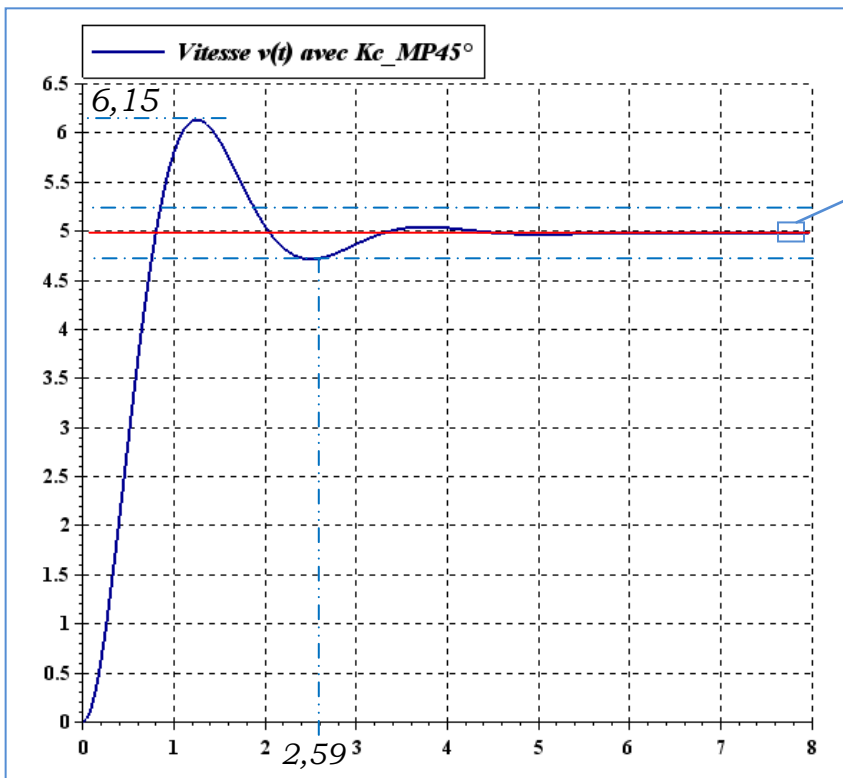


Tableau **T**

Stabilité : <i>MP</i>	$45^\circ$
Précision : $\varepsilon_s$	$0,018 \text{ m/s}$
Rapidité : $tr_{5\%}$	$2,59 \text{ (s)}$
Dépassement : $D\%$	$23,5\%$

Augmentation de  $K_C$  entraîne :

- Détérioration de la stabilité :  $MP \downarrow$
- Détérioration de l'amortissement :  $D\% \uparrow (\downarrow \xi)$
- Amélioration de la rapidité dans le cas :  
 $(K_C < K_{C-tr5\%} (\downarrow \xi \Rightarrow \xi > 0,7 \Rightarrow t_{r5\%} \downarrow)$

- Amélioration de la précision :  $\varepsilon_s \downarrow$
- Détérioration de la rapidité :  $t_{r5\%} \uparrow$
- $(K_C > K_{C-tr5\%} (\downarrow \xi \Rightarrow \xi < 0,7 \Rightarrow t_{r5\%} \uparrow)$

**Q36.** Le correcteur  $C(p) = \frac{K_I}{p}$  est de classe 1 :

Présence d'intégrateur dans la chaîne directe  $\Rightarrow \varepsilon_{consigne} = 0$

Présence d'intégrateur en amont du point d'injection de la perturbation  $\Rightarrow \varepsilon_{pert} = 0$

**Q37.** 
$$H_{BO}(p) = \frac{K_I \cdot K}{p \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_n^2} \right)}$$
 
$$H_{BF}(p) = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)} = \frac{K_I \cdot K}{K_I \cdot K + p + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p^2 + \frac{1}{\omega_n^2} \cdot p^3}$$

Par critère de Routh : 1<sup>er</sup> condition :  $K_I > 0$

Tableau donne :

$\frac{1}{\omega_n^2}$	1
$\frac{2 \cdot z}{\omega_n}$	$K_I \cdot K$
$\frac{2 \cdot z}{\omega_n}$	$\frac{2 \cdot z}{\omega_n}$

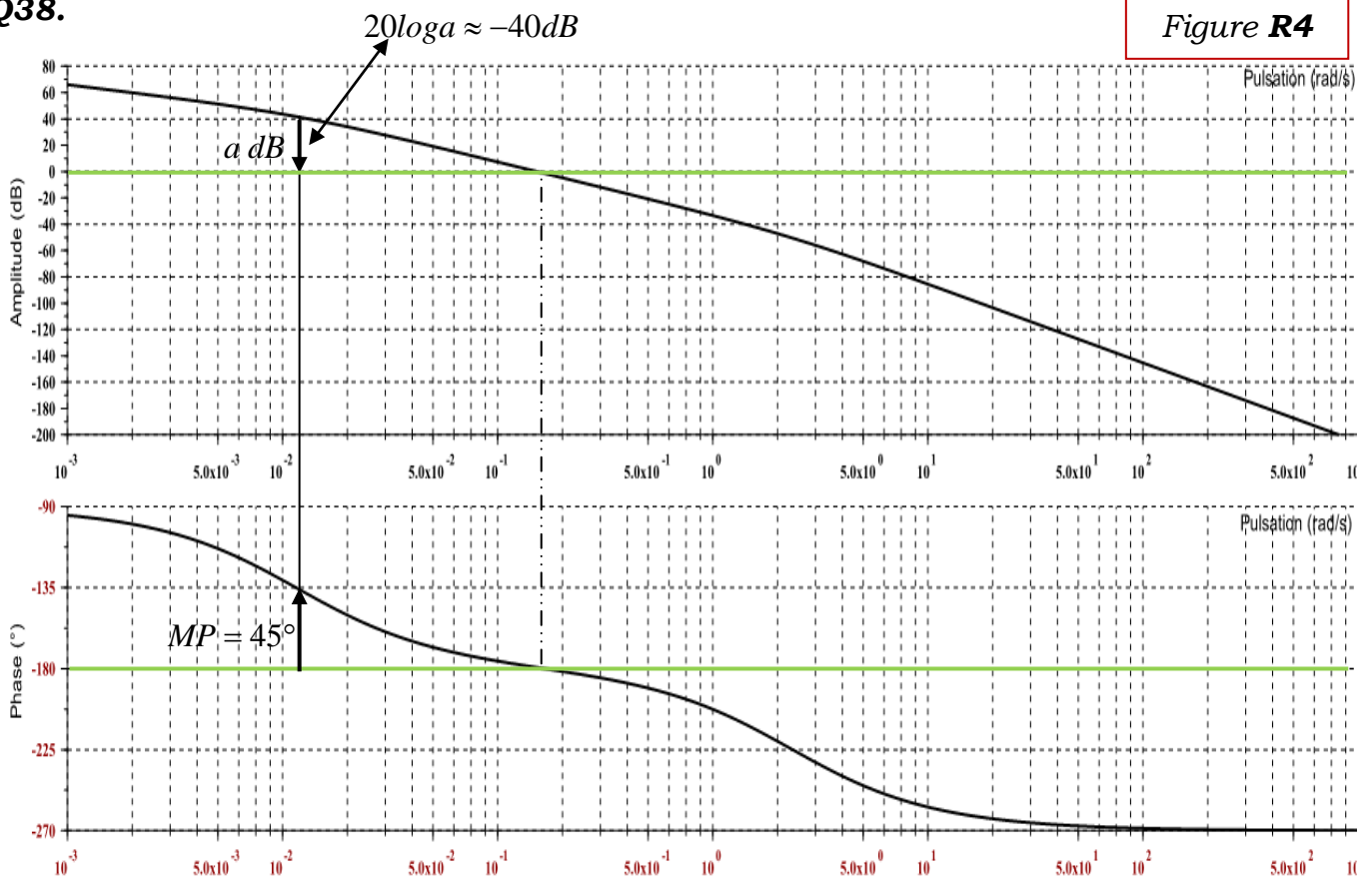
2<sup>ième</sup> condition :  $\frac{2 \cdot z}{\omega_n} - \frac{K_I \cdot K}{\omega_n^2} > 0$

Système stable SI  $0 < K_I < \frac{2 \cdot z \cdot \omega_n}{K}$

$$K_{I\_limite} = \frac{2 \cdot z \cdot \omega_n}{K}$$

**Q38.**

**Figure R4**



$a = 10^{-2}$

$$C(p) = \frac{10^{-2} \cdot K_{I\_limite}}{p}$$

$MP = 45^\circ$  et  $MG = 40dB$



**Q39.**  $K_I$   $_{tr5\%}$  pour avoir le système le plus rapide ;  $\xi_{BF} = 0,7$

$$H_{BF}(p) = \frac{H_{BOC}(p)}{1 + H_{BOC}(p)} = \frac{K_I \cdot \frac{4,65}{p \cdot (1 + 0,43 \cdot p)}}{1 + K_I \cdot \frac{4,65}{p \cdot (1 + 0,43 \cdot p)}} = \frac{1}{1 + \frac{p}{K_I \cdot 4,65} + \frac{0,43}{K_I \cdot 4,65} \cdot p^2}$$

$$\left(\frac{2 \cdot \xi_{BF}}{\omega_{0BF}}\right)^2 = \frac{4 \cdot \xi_{BF}^2 \cdot 0,43}{K_I \cdot 4,65} = \frac{1}{K_I \cdot 4,65} \cdot \frac{1}{K_I \cdot 4,65} \quad K_I = \frac{1}{4 \cdot \xi_{BF}^2 \cdot 0,43 \cdot 4,65} \quad \boxed{K_I = 0,255}$$

$$\omega_{0BF} = 1,66 \text{ rad / s}$$

$$D = \exp\left(\frac{-\pi \cdot \xi_{BF}}{\sqrt{1 - \xi_{BF}^2}}\right) \quad \xi_{BF} = 0,7 \quad \boxed{D = 4,6\%}$$

**Q40.**

$$K_I = 0,255 \quad 20 \log K_I = -11,86 \text{ dB} \quad MP > 45^\circ$$

